

文章编号: 1002-1582(2026)01-0080-06

双频连续谱中束缚态的调控

方云团^{1*}, 夏露²

(1. 南通理工学院 信息工程学院, 江苏 南通 226002)

(2. 江苏大学 计算机科学与通信工程学院, 江苏 镇江 212013)

摘 要: 为解决连续体中的束缚态(BIC)在应用中模式单一且不能连续调制的问题, 设计三层光栅与平面波导的复合结构。通过对结构能带的计算和模式的分析, 发现该结构产生双频BIC和共振态。双频BIC和共振态的频率可以被两种结构参数调节。通过光栅间不同形式的平移错位, 使双频BIC和共振态形成的法诺共振峰产生连续的变化。通过平移调控, BIC模式和共振态产生耦合并形成双重的法诺共振, 形成一对完全透射和完全反射两个状态相反的准BIC法诺共振峰。特别地, 平移调控还会产生独特的呈镜像对称的一对法诺共振峰; 在特定的平移距离, 出现光学类电磁诱导透明现象。

关 键 词: 连续体中的束缚态; 法诺共振; 耦合

中图分类号: O734

文献标识码: A

Modulation of double-frequency BICs

FANG Yuntuan^{1*}, XIA Lou²

(1. School of Information Engineering, Nantong Institute of Technology, Nantong 226002, China)

(2. School of Computer Science and Telecommunication Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract: In order to address the problem that bound states in the continuum are isolated and lack of modulation method, a three-fold compound structure composed of waveguide and grating is designed. Through band calculations and mode analysis, the structure is found to have double-frequency bound states in the continuum and resonance states. The frequencies of dual-frequency BIC and resonant state can be adjusted by two structural parameters. Through the translational displacement between gratings with three forms, the Fano resonance peaks formed by them have an interesting evolution. The coupling of dual-frequency BICs and resonant states generates dual Quasi-BIC Fano resonance peaks with complete transmission and reflection, respectively. Specifically, at a specific translation distance, a pair of Fano resonance peaks with mirror-symmetry and an optical electromagnetic induced transparency phenomenon are also found.

Keywords: bound states in the continuum; Fano resonance; coupling

0 引 言

在光子器件的研究和设计中, 经常涉及共振腔结构。高的品质因子 Q 和动态调控是设计基于共振效应的功能光子器件的两个关键因素。连续体中的束缚态(Bound State in The Continuum, BIC)是一种特殊的共振态, 它位于结构的辐射背景中,

但不与辐射通道耦合, 保持很强的局域性^[1]。近五年来, 连续域中的束缚态(BIC)研究已从理论探索和单一性能实现, 迅速发展 to 动态调控、强耦合作用及拓扑现象发掘的新阶段, 展现出巨大的应用潜力。例如, 中科院物理所研究人员把BIC引入到非厄米相互作用系统, 发现了两种具有不同空间分布的BIC的存在^[2]。华东师范大学研究者

收稿日期: 2025-09-12; 收到修改稿日期: 2025-10-18

基金项目: 江苏省研究生科研与实践创新计划项目(SJCX24_2392)

作者简介: 方云团(1965—), 男, 教授, 从事光学研究。

* 通讯作者: fang_yt1965@sina.com

研究了不同的对称性破缺方式对介质超构表面支持的多个准BICs的 Q 因子的影响,通过选择有效的对称性破缺方式,在介质超构表面中实验获得了超高 Q 因子($\sim 30,000$)的共振^[3]。哈尔滨工业大学研究者发现周期性扰动可辅助形成稳定的BIC,突破了"结构周期性是BIC必要条件"的传统认知^[4]。最近有人通过外部磁场打破时间反转对称性可以实现一种具有自旋轨道锁定的新形式的手性BIC^[5]。复旦大学石磊教授系统地总结了近年来微纳周期性结构中的BICs的发展历程,重点介绍了周期性结构中BIC的物理机制、BIC所赋予的光场调控效应以及基于BIC实现的激光与传感应用,并对该领域未来的发展方向进行了展望^[6]。具有无限大 Q 因子的BIC是理想模型,但没有与外界能量耦合的通道,因此,具有超大 Q 因子的光学准BIC(通常以法诺共振的形式存在)才可以有各种实际应用,如激光器^[7,8]、传感器^[9,10]、光吸收^[11-14]和谐波产生增强^[15-18]。和BIC相对应的共振态(resonance)同样位于光锥之上的连续域,虽然也具有较高的 Q 值,与传统光锥之下的束缚态类似,但是会与辐射扩展态相互耦合形成泄漏模式。最近的研究发现,BIC和共振态作为一对耦合的模式共同出现在波导和光栅的复合结构中^[19,20],但该结构的BIC和共振态模式是单一的,调控的自由度有限。目前,对BIC的设计和和应用也大多局限于单个频率。然而,多频的高品质因子的共振模式无疑在增强多频率的非线性谐频^[21],多通道传感^[22]和多通道光的激励^[23]等其他光学工程方面有着更重要的应用。因此寻找一种普适的机制增加任意BIC通道的数目变得尤为重要。基于此,本文在文献[20]的基础上,提出把波导和光栅的复合结构进行叠加设计的思路,这样在特定的参数范围,BIC和共振态作为对偶的模式可以重复出现。当然,结构的叠加并不是简单地带来模式的增加,在结构参数的调节下,多频的BIC和共振态将会产生多样的简并与分裂,衍生出更丰富的物理现象。除了模式的增加,多重的叠加结构可以实现更多样平移调控的方式,从而实现双层光栅和波导的复合结构不能实现的结果。本文重点研究波导和光栅叠加一次的复合结构,但其研究方法和结果可以推广到更多次的叠加。

1 理论模型与模式分析

设计的结构模型如图1所示。结构的基本框架是一层平面介质波导和覆盖在其上的2层光栅,光栅是在均匀分布的介质背景上设计矩形的空气槽

构成的。以此为模板,可以复制成多层波导和光栅的复合结构。图1是最简单的2层波导和三层光栅的情况。波导介质层、光栅背景介质层以及空气槽均沿 z 方向无限延伸。由于线性介质的周期结构满足标度不变性,所有结构单元的尺寸均以光栅周期 $a=1000\text{nm}$ 为单位。波导层厚度 $h_w=0.125a$,折射率 $n_w=3.4$ 。光栅高度 $h_g=1.25a$,折射率 $n_g=1.5$ 。空气槽高度和宽度分别为 fh_g 和 s_a ,其中 f 和 s 分别为高度和宽度占空比。 d 是光栅层平移相对距离。和其他类似的模型比较,该模型具有多个调控的自由度,除了 f 和 s ,平移距离可以实现对模式的动态连续的调控,并且在三层光栅之间平移调控还存在三种不等效的方式。

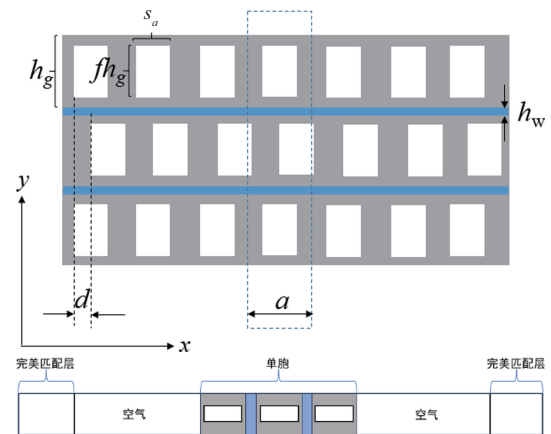


图1 结构模型和计算的单胞

首先根据模型的周期性质,根据Bloch原理分析它的模式特征。对于这样的周期结构,利用有限元软件Comsol构建单胞进行能带的计算。选择图1矩形虚线框为单胞,单胞的白色部分为空气层,长度为 $5a$ 。虚线框 x 方向正好是一个周期宽度 a 。由于 y 方向没有周期性,理论上单胞在这个方向应该无限长,实际计算时是采用有限的长度。为了避免空气腔的共振效应,单胞上下2端设置完美匹配吸收层,厚度为 $4a$ 。考虑TM模式(场分量为 E_z, H_x, H_y),观察结构的模式特征需要计算结构的能带。由于是一维周期结构,结构内布洛赫波矢限制在 k_x 方向。通过在第一布里渊区对 k_x 进行扫描计算得到频率带和带上模式的品质因子。以 $s=0.4, f=0.8$ 为一个具体实例,结果如图2所示。为了说明BIC形成的原因,图2(a)是把光栅层设置为均匀介质(折射率为1.4)后计算得到的结果。这是由两个标准的平面波导形成的两对线性交叉的波导色散曲线。每一对色散曲线在 $k_x=0$ 点产生耦合简并。当均匀介质层被光栅替换后,光栅的周期调制让波导简并的模式产生分裂,在 $k_x=0$ 处形成带隙,形成如图2(b)所示两对分离有交

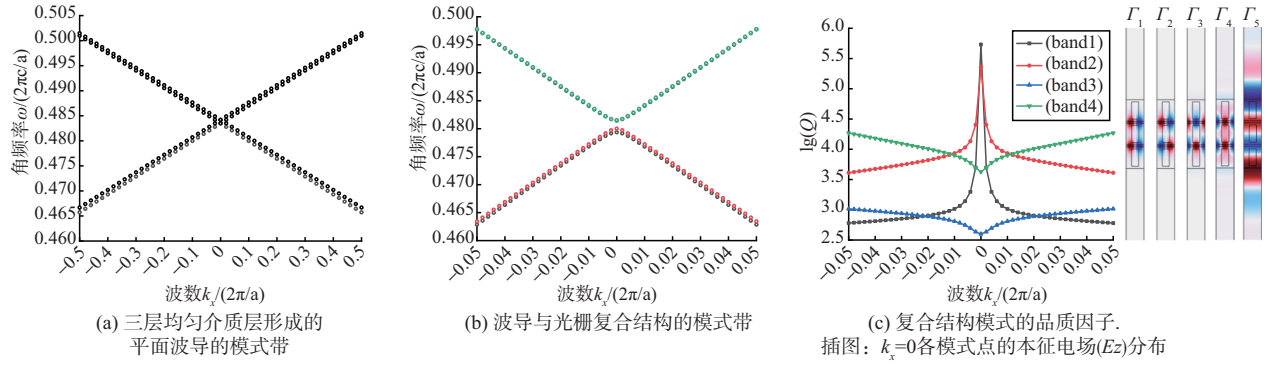


图2 能带和模式特性

又趋势的色散曲线，上面的两条带非常靠近。该色散曲线是由波导色散曲线演变而来，和其他能带有着本质的区别。为了观察该色散曲线的模式属性，图2(c)画出从低频到高频能带（依次表示为1, 2, 3, 4）模式的 Q 值分布。带1和2在 $k_x=0$ 点 Γ_1 和 Γ_2 明显具有发散的 Q 的峰值，而带3和4在 $k_x=0$ 点 Γ_3 和 Γ_4 的 Q 值则显示下降的 Q 峰，两者 Q 值的对比说明 Γ_1 和 Γ_2 是BIC，而 Γ_3 和 Γ_4 是共振态。从插图本征模场 E_z 的分布可以看出， Γ_1 和 Γ_2 为奇对称，场幅完全局域在结构中，而 Γ_3 和 Γ_4 是偶对称，场幅也基本局域在结构中，但有少量的对自由空间的辐射。奇对称的模式无法与辐射的偶对称平面波的模场匹配，因此 Γ_1 和 Γ_2 也是对称保护型的BIC。 Γ_5 是其他能带上的模场，与前面4个均不相同，对自由空间的辐射最强，是典型的连续谱中漏模。

借助时域耦合模理论^[25]，假设图2(a)中波导在 $k_x=0$ 处2个模式的频率分别为 ω_1 和 ω_2 ，在光栅调制下，这2个通道组成的耦合系统的振幅动力学方程为

$$\frac{dA}{dt} = -i\Omega A \quad (1)$$

式中， Ω 为模式之间的耦合矩阵，其非对角线元素由相互耦合模式的重叠积分决定； A 为归一化振幅； t 为时间； i 为虚数单位。此时 Ω 可以表示为

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_1 & \kappa \\ \kappa & \omega_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中， ω_1 和 ω_2 分别为两个模式产生谐振时的中心频率； κ 为两个模式的近场耦合系数。考虑到光学系统中存在的输入和输出耦合端口，上述动力学方程可以改写为

$$\frac{dA}{dt} = -(i\Omega - B)A + D^T s \quad (3)$$

式中， B 为谐振器的衰减矩阵； s 为入射波； D^T 为谐振模式与端口的耦合系数矩阵。

$$B = \begin{bmatrix} \gamma_1 & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中， γ_1 和 γ_2 为谐振模式的辐射损耗； γ_{12} 和 $\gamma_{21} = \gamma_{12}^*$ 为谐振模式的远场耦合作用。若两个谐振具有相同的偶对称模式，可以改写为 $\gamma_{21} = \gamma_{12}^* = \sqrt{\gamma_1 \gamma_2}$ 。此时系统的哈密顿量可以写为

$$H = \Omega - iB = \begin{bmatrix} \omega_1 & \kappa \\ \kappa & \omega_2 \end{bmatrix} - i \begin{bmatrix} \gamma_1 & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

系统中存在BIC的条件是，上述哈密顿量的本征频率解存在3种情况：都是实数；都是复数；一个复数一个实数。现在假设最后一种情况，两个解表达式写为

$$\omega_a = R_a - i(\gamma_1 + \gamma_2) \quad (6)$$

$$\omega_b = R_b \quad (7)$$

式(6)和(7)成立的条件是 $\kappa(\gamma_1 - \gamma_2) = \sqrt{\gamma_1 \gamma_2}(\omega_1 - \omega_2)$ 。在本文结构模型中，简并的波导模式满足 $\omega_1 = \omega_2$ ，因此有 $\gamma_1 = \gamma_2$ 。根据式(6)和(7)，两个谐振模式产生耦合后，一个谐振模式的损耗变为原来的两倍，另一个谐振模式损耗接近于0，成为Friedrich-Wintgen类型的BIC。这正好解释了在同样的 $k_x=0$ 点， Γ_1 和 Γ_2 得到极大的 Q 峰，损耗为0，成为BIC；而 Γ_3 和 Γ_4 却有下降的 Q 峰，损耗比同一能带上其他点都要大，变为共振态。如果按照直观的理解，图2(b)每一对分裂的2个模式都有向外辐射的通道，这2个通道的辐射分别来自原来2个模式的干涉相长和干涉相消。干涉相长使辐射增强，成为共振态；而干涉相消使辐射消失，成为BIC。

2 双频BIC和共振态的调控

图1的模型为设计双频或多频BIC提供了思路，更为重要的是模型具有多自由度的调控方法。根据图2，耦合的BIC和共振态集中于四个带的 $k_x=0$ 点，于是聚焦于这四个点的模式。首先考虑 s 和 f 这两个调节参数。令 $f=0.8$ ，四个模式点的频率随 s 的变化如图3(a)所示。从图中可以看出， s 对四个点的模式的调节非常明显。BIC在0.2到0.5之

间,都以双频形式存在,且随 s 单调增加。共振态在0.2到0.3之间,也以双频形式存在,但在0.333和0.595处出现简并。共振态也随 s 的变化而变化,但变化明显比BIC缓慢。在 $s=0.512$ 处出现BIC和共振态交叠,此时2个共振态位于2个BIC之间。令 $s=0.4$,四个模式点的频率随 f 的变化如图3(b)所示。在 f 从0.5到1的变化范围,BIC和共振态均随 f 单调上升,但共振态上升更快。BIC均以双频分离的形式存在,而共振态的两个频率非常靠近。在 $f=0.5$ 附近,第2个BIC与第3个共振态的频率出现简并。上述BIC与共振态多样化的频率分布为它们的应用创造了条件。

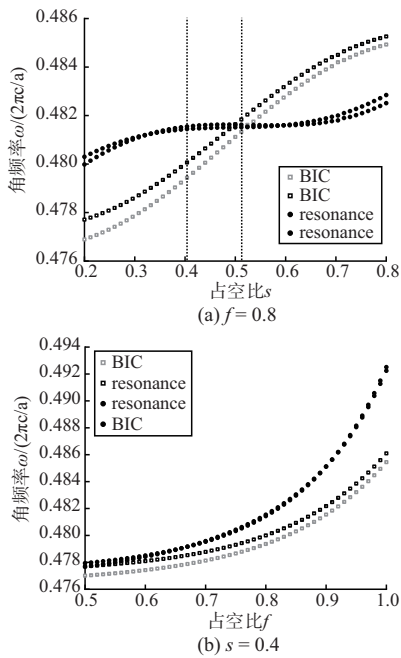


图3 交叉带在 $k_x=0$ 四个模式点的频率随结构参数的演化

3 双频BIC和共振态的法诺共振

图3本征模式的应用主要体现在结构的传输特性上,因此计算结构在正入射条件下透射率。采用基于Cmsol软件模型的端口设计,利用周期边界条件模拟无限长的周期结构,计算S参数,得到随频率变化的透射谱。为了保证结果的正确性,

针对一层光栅结构,利用基于严格耦合模分析法(Rigorous Coupled Wave Analysis, RCWA)^[26]的代码计算光栅的透射谱。然后针对同样的结构利用Cmsol软件计算得到透射谱。把两种方法得到的透射谱曲线进行比较,两者完全重合,证明Cmsol模型的有效性。图4是根据图1取两层光栅一层波导且 $f=1$, $s=0.5$ 的情况下,两种方法计算结果的比较,误差集中在峰值频率位置,但此处相对误差也只有0.068%,可以忽略。

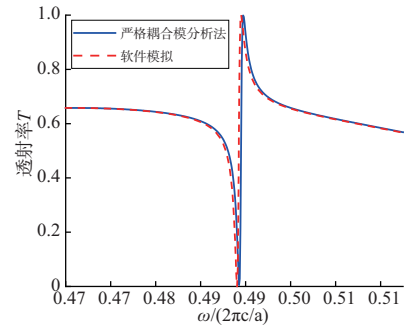


图4 两种计算方法的比较

在图3(a)中,选择两种典型的占空比 $s=0.404$ 和 $s=0.512$ (虚线表示)。对 $s=0.404$,双频BIC与共振态分离,但两个共振态频率非常接近;对 $s=0.512$,双频BIC把共振态包裹其中。对理想的BIC,由于其无限大的Q值(传输峰无限窄),传输峰消失。为了激发BIC的传输峰,必须破坏结构的对称性,降低模式的Q值,变成准BIC。同时为了实现动态调控,针对设计的模型可以采取光栅平移错位的方法。由于是三层光栅结构,假设平移的距离选择为 $d=0.01a$,模型提供了三种不等效的平移方法。方法1:上下不动,中间层平移(向左或向右)。方法2:中间层不动,上或者下层平移;方法3:中间不动,上和下层同时朝反方向平移。多种平移方法提供了更多调控的自由度。三种情况下针对 $s=0.404$ 的传输谱如图5所示。图5(a)采用方法1。清晰地看到3个法诺共振峰^[27],左边2个特别窄,对应准BIC,但方向相反:左边的先下降后上升,方向为正;右边的先上升后下降,方向为负。右边1个对应共振态,峰线

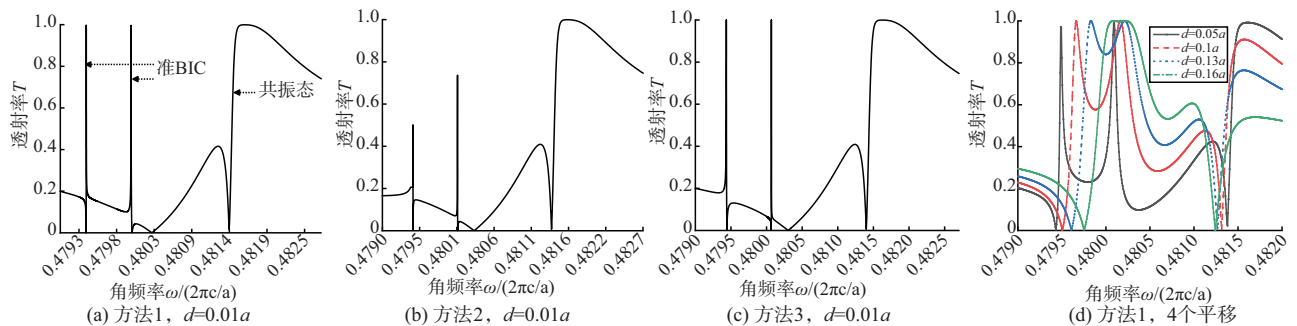


图5 $f=0.8$ 和 $s=0.404$ 结构不同平移下的传输谱

较宽, Q 值最小。由于 2 个共振态靠的很近, 两个法诺峰融为一个。无论是准 BIC 还是共振态, 其频率位置与图 3 (a) 的本征模式的位置完全一致。图 5 (b) 采用方法 2 和图 5 (a) 比较, 准 BIC 和共振态的法诺峰的位置基本不变, 但准 BIC 的法诺峰峰值变小, 方向反转。图 5 (c) 采用方法 3, 和图 5 (a) 比较, 准 BIC 和共振态的法诺峰位置和峰值均不变, 不同的是准 BIC 的法诺峰方向反转。所以通过不同的平移方式, 可以在不改变峰值位置的前提下, 控制法诺峰的方向, 从而形成法诺峰的方向开关。模型的平移错位为连续调控法诺共振峰提供了独特的自由度。为此对模型进行持续的平移观察结构透射谱的变化。在图 5 (d) 中, 画出了利用方法 1 得到 4 个平移距离对应的谱线。随着 d 的增加, 两个准 BIC 变成一般法诺共振峰, 但这两个法诺峰逐步会聚, 到 $d=0.16a$ 时, 合并成一个较宽的近似平带, 而原来右边共振态的法诺峰的谷底只发生微小的频率移动。从波动光学的角度分析, 法诺峰的形成是由于高 Q 模式和低 Q 模式的耦合。在本文中, 无论是 BIC 还是共振态, 都属于高 Q 模式。如果把每层光栅都看出等效的均匀介质, 则整体结构可以看成多个法布里珀罗腔的复合, 这种复合的腔具有较低的 Q 值。因此, 高 Q 的 BIC 或共振态与这种低 Q 的腔模耦合, 就会产生不同形式的法诺共振峰。

接着研究 $s=0.512$ 的情况。根据图 3 (a), $s=0.512$ 对应的 2 个 BIC 包夹了两个靠的非常近的共振态, 但他们的频率都很接近。通过平移, 他们之间更容易产生耦合效应, 从而形成更有趣的谱线演化。利用方法 1 和方法 3, 分别画出 $d=0.01a$ 的透射谱, 结果分别在图 6 (a) 和 (b) 中。为了比较, 把 $d=0$ 的透射谱也画在图 6 (a) 中。 $d=0$ 对应一个宽带法诺峰, 由图 3 (a) 中 2 个共振态的融合引起, BIC 由于无限大的 Q 因子导致无限窄的谱线, 在透射谱中不能显示。在 $d=0$ 的法诺峰的背景下, $d=0.01a$ 形成的 2 个准 BIC 高 Q 模式与低 Q 的共振态产生耦合, 形成独特的双重法诺峰: 2 个极窄的准 BIC 法诺峰嵌入在 $d=0$ 的法诺谱线中, 而其余的谱线几乎重合。双重法诺峰形成的原因是因为双频 BIC 与共振态频率非常接近, 高 Q 的 BIC 与低 Q 的共振态相互耦合, 形成新的法诺共振峰。低 Q 的共振态作为背景辐射, 左边的准 BIC 位于 $d=0$ 共振态频谱的谷的范围, 但不在谷底, 结果形成透射峰, 透射率为 1, 反射率为 0; 右边的准 BIC 则相反, 靠近 $d=0$ 共振态频谱的峰顶, 结果形成窄带反射谷: 透射率为 0, 反射率为

1。造成这种相反的准 BIC 峰是由于它们处在背景共振态的不同位置。对共振态, 平移错位对谱线的影响很小。在图 6 (b) 中, 两个准 BIC 法诺峰和共振态的法诺峰的频率位置与图 6 (a) 相同, 但左侧准 BIC 法诺峰的方向与图 6 (a) 反向, 图 6 (a) 先升后降, 图 6 (b) 先降后升, 这样导致进一步平移时谱线的演化完全不同, 参看后面的图 7。从 $d=0$ 到 $d=0.01a$, 虽然平移的距离相同, 但通过不同的平移方法, 实现了双频状态相反 (透射和反射) 的准 BIC 法诺峰。另一方面, 在 $d=0$ 到 $d=0.01a$ 的渐变过程中, 法诺峰从无到有, 可以作为 2 种方向相反的法诺共振的开关, 也为高精度位移传感创造了条件。

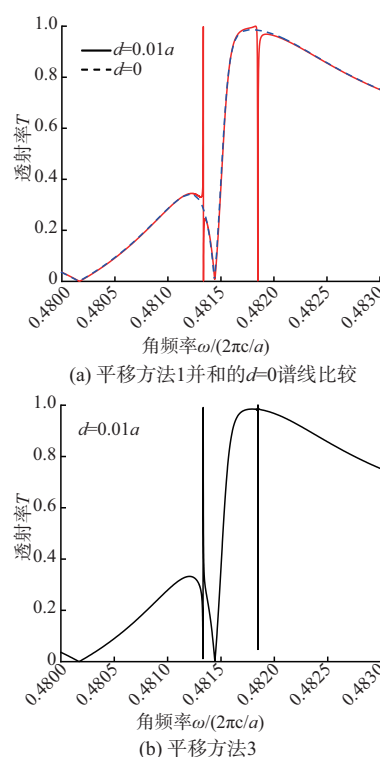
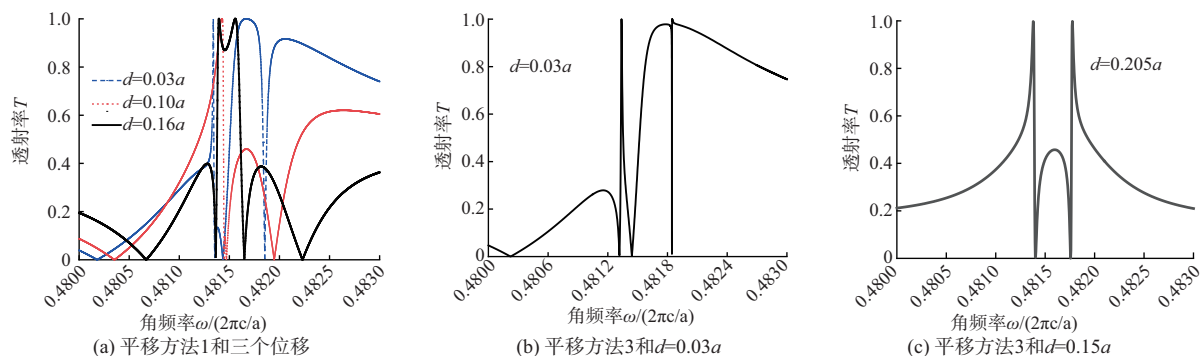


图 6 $f=0.8$ 和 $s=0.512$ 结构在 $d=0.01a$ 下的传输谱

接着对 $s=0.512$ 的模型进行持续的平移, 图 7 (a) 是方法 1 的结果。在持续的平移过程中, 2 个准 BIC 法诺峰逐渐变为一般的法诺共振, 并相互接近和融合, 在 $d=0.16a$ 时合为一个宽带的共振峰。图 7 (b) 和 (c) 是方法 3 的两个结果。图 7 (b) 对应 $d=0.03a$, 左边的准 BIC 演化而来的法诺峰正好落在共振态法诺峰的谷底, 形成光学类电磁诱导透明谱线^[27,28], 右边的准 BIC 与图 6 (b) $d=0.01a$ 比较, 几乎没有变化, 仍然是在一个宽带法诺透射峰的背景下嵌入一个窄带的准 BIC 法诺反射峰。类电磁诱导透明谱线也是一种典型的法诺共振, 一般发生在两个频率相同的耦合模式之间。在 $s=0.512$ 的条件下, BIC 与共振态几乎重合, 正好满足这个

图7 $f=0.8$ 和 $s=0.512$ 结构在不同平移下的传输谱

条件。当平移距离继续增加,整个谱线变为2个分离的方向相反的法诺谱线。经过仔细调节,当 $d=0.205a$ 时,如图7(c)所示,出现两个方向相反几乎成镜像对称的法诺共振峰。这种呈镜像对称的2个法诺共振峰是非常少见的。进一步增加平移距离,只破坏了两侧谱线的对称状态,但两个法诺共振峰位置基本不变,具有很强鲁棒性。这种独特的双频法诺共振在光开关、光学传感和多模激光等方面带来重要的应用前景^[29-31]。

4 结 论

本文设计了三层波导与光栅的复合结构,和二层波导与光栅的复合结构相比较,出现双频BIC和双频共振态,并通过三种形式的光栅平移操作,实现对准BIC和共振态的动态调控。通过特定的平移方式,产生一对完全透射和完全反射两个状态相反的准BIC法诺共振峰和一对镜像对称的法诺共振峰以及类光学电磁诱导透明现象。这些都是通过二层波导与光栅的复合结构无法实现的。本文虽然只考虑三层光栅和二层波导的复合结构,但这种层间叠加的方法可以推广到任意多层的光栅和波导的复合结构,从而产生更加丰富的多模BIC和共振态。研究结果为光开关设计、光学位移传感应用和滤波器的设计提供重要参考。

参考文献:

- [1] Hsu C W, Zhen B, Lee J, et al. Observation of trapped light within the radiation continuum[J]. *Nature*, 2013, 499:188—191.
- [2] Liu Y X, Chen S. Fate of two-particle bound states in the continuum in non-hermitian systems[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2024, 133:193001.
- [3] You S J, Li S L, Wang L X, et al. Engineering high quality quasi-bound states in the continuum through controlled symmetry breaking in all-dielectric metasurfaces[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2025, 19:e00570.
- [4] Liu Z, Chen C, Li J, et al. Observation of periodic perturbation assisted stable bound state in the continuum[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2025, 19:e00930.
- [5] Zhao XingQi, Wang Jiajun, Liu Wenzhe et al. Spin-orbit-locking chiral bound states in the continuum[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2024, 133:036201.
- [6] Wang J, Li P, Zhao X, et al. Optical bound states in the continuum in periodic structures: mechanisms, effects, and applications[J]. *Photonics Insights*, 2024, 3(1):R01-R01.
- [7] Hirose K, Liang Y, Kurosaka Y, et al. Watt-class high-power, high-beam-Quality photonic-crystal lasers[J]. *Nature photonics*, 2014, 8(5):406—411.
- [8] Kodigala A, Lepetit T, Gu Q, Bahari B, et al. Lasing action from photonic bound states in continuum[J]. *Nature*, 2017, 541(7636):196—199.
- [9] Romano S, Zito G, Torino S, et al. Label-free sensing of ultralow-weight molecules with all-dielectric metasurfaces supporting bound states in the continuum[J]. *Photonics Research*, 2018, 6(7):726—733.
- [10] Chen X, Fan W, Yan H. Toroidal dipole bound states in the continuum metasurfaces for terahertz nanofilm sensing[J]. *Optics Express*, 2020, 28(11):17102—17112.
- [11] Wang X, Duan J, Chen W, et al. Controlling light absorption of graphene at critical coupling through magnetic dipole Quasi-bound states in the continuum resonance[J]. *Physical Review B*, 2020, 102(15):155432.
- [12] Xiao S, Liu T, Wang X, et al. Tailoring the absorption bandwidth of graphene at critical coupling[J]. *Physical Review B*, 2020, 102(8):085410.
- [13] Cao S, Dong H, He J, et al. Normal-incidence-excited strong coupling between excitons and symmetry-protected Quasi-bound states in the continuum in silicon nitride-WS₂ heterostructures at room temperature[J]. *The Journal of Physical Chemistry Letters*, 2020, 11(12):4631—4638.
- [14] Sang T, Dereshgi S A, Hadibrata W, et al. Highly efficient light absorption of monolayer graphene by Quasibound state in the continuum[J]. *Nanomaterials*, 2021, 11(2):484.
- [15] Liu Z, Xu Y, Lin Y, et al. High-Q quasibound states in the continuum for nonlinear metasurfaces[J]. *Physical Review letters*, 2019, 123(25):253901.
- [16] Koshelev K, Kruk S, Melik-Gaykazyan E, et al. Subwavelength dielectric resonators for nonlinear nanophotonics[J]. *Science*, 2020, 367(6475):288—292.
- [17] Wang J, Clementi M, Minkov M, et al. Doubly resonant second-harmonic generation of a vortex beam from a bound state in the continuum[J]. *Optica*, 2020, 7(9):1126—1132.
- [18] 毕千惠, 彭于娟, 陈润, 等. 光子学连续域束缚态的理论及应用[J]. *光学学报*, 2023, 43:1623008.

(下转第100页)